

3-1

1. 已知 $\vec{a} = (5, x+1)$ 、 $\vec{b} = (y+7, 4)$ ，若 $\vec{a} = \vec{b}$ ，則 $x = \underline{\hspace{2cm}}$ ， $y = \underline{\hspace{2cm}}$ 。

答案：3；-2

解析： $\vec{a} = \vec{b} \Rightarrow (5, x+1) = (y+7, 4)$

$$\therefore \begin{cases} 5 = y+7 \\ x+1 = 4 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x = 3 \\ y = -2 \end{cases}$$

2. 設 $A(13, -9)$ 、 $B(1, -4)$ ，則 $\overline{AB} = \underline{\hspace{2cm}}$ ， $|\overline{AB}| = \underline{\hspace{2cm}}$ 。

答案：(-12, 5)；13

解析： $\overline{AB} = (1-13, -4-(-9)) = (-12, 5)$

$$\Rightarrow |\overline{AB}| = \sqrt{(-12)^2 + 5^2} = \sqrt{169} = 13$$

3. 若 $A(3, -5)$ 、 $B(6, -1)$ ，試求：

(1) $\overline{AB} = \underline{\hspace{2cm}}$ 。 (2) $|\overline{AB}| = \underline{\hspace{2cm}}$ 。

(3) $\overline{BA} = \underline{\hspace{2cm}}$ 。 (4) $|\overline{BA}| = \underline{\hspace{2cm}}$ 。

答案：(1)(3, 4)；(2)5；(3)(-3, -4)；(4)5

解析：(1) $\overline{AB} = (6-3, -1-(-5)) = (3, 4)$

$$(2) |\overline{AB}| = \sqrt{3^2 + 4^2} = \sqrt{25} = 5$$

$$(3) \overline{BA} = (3-6, -5-(-1)) = (-3, -4)$$

$$(4) |\overline{BA}| = \sqrt{(-3)^2 + (-4)^2} = \sqrt{25} = 5$$

4. 設 $P(4, 3)$ 、 $Q(5, -4)$ ，則 $|\overline{PQ}| = \underline{\hspace{2cm}}$ 。

答案： $5\sqrt{2}$

解析： $\overline{PQ} = (5-4, -4-3) = (1, -7)$

$$|\overline{PQ}| = \sqrt{1^2 + (-7)^2} = \sqrt{50} = 5\sqrt{2}$$

5. 設向量 $\vec{a} = (-4, 3)$ ，則 \vec{a} 的 x 分量為 $\underline{\hspace{2cm}}$ 、 y 分量為 $\underline{\hspace{2cm}}$ 、 $|\vec{a}| = \underline{\hspace{2cm}}$ 。

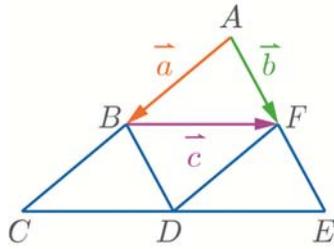
答案：-4；3；5

解析： \vec{a} 的 x 分量為 -4、 y 分量為 3

$$|\vec{a}| = \sqrt{(-4)^2 + 3^2} = \sqrt{25} = 5$$

6. 如圖，若 $\triangle ABF \cong \triangle BCD \cong \triangle FDE$ ，且設 $\overline{AB} = \vec{a}$ 、 $\overline{AF} = \vec{b}$ 、 $\overline{BF} = \vec{c}$ ，則以 \vec{a} 、 \vec{b} 、 \vec{c} 表示可得 $\overline{BC} = \underline{\hspace{2cm}}$ 、

$\overline{BD} = \underline{\hspace{2cm}}$ 、 $\overline{CD} = \underline{\hspace{2cm}}$ 、 $\overline{EF} = \underline{\hspace{2cm}}$ 。



答案： \vec{a} ; \vec{b} ; \vec{c} ; $-\vec{b}$

解析： $\overrightarrow{BC} = \overrightarrow{AB} = \vec{a}$

$$\overrightarrow{BD} = \overrightarrow{AF} = \vec{b}$$

$$\overrightarrow{CD} = \overrightarrow{BF} = \vec{c}$$

$$\overrightarrow{EF} = -\overrightarrow{FE} = -\overrightarrow{AF} = -\vec{b}$$

7. 設 $\vec{u} = (-4, 1)$ 、 $\vec{v} = (-1, k+5)$ ，若 $|\vec{u}| = |\vec{v}|$ ，則 $k =$ _____。

答案： -1 或 -9

解析： $\sqrt{(-4)^2 + 1^2} = \sqrt{(-1)^2 + (k+5)^2}$

$$\Rightarrow 16+1=1+(k+5)^2 \Rightarrow (k+5)^2 = 16$$

$$\Rightarrow k+5 = \pm 4 \Rightarrow k = -1 \text{ 或 } -9$$

8. 設 $A(-3, 2)$ 、 $B(2, 5)$ 、 $C(-1, -2)$ 為坐標平面上三點，已知 $\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{CD}$ ，則 D 點坐標為 _____。

答案： (4, 1)

解析： 設 $D(x, y)$

$$\overrightarrow{AB} = (5, 3) \text{、} \overrightarrow{CD} = (x+1, y+2)$$

$$\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{CD} \Rightarrow (5, 3) = (x+1, y+2)$$

$$\therefore \begin{cases} x+1=5 \\ y+2=3 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x=4 \\ y=1 \end{cases}$$

故 $D(4, 1)$

9. 設 $P(-2, -3)$ 、 $Q(-7, k-9)$ ，若 $|\overrightarrow{PQ}| = 13$ ，則 $k =$ _____。

答案： 18 或 -6

解析： $\overrightarrow{PQ} = (-7 - (-2), k-9 - (-3)) = (-5, k-6)$

$$|\overrightarrow{PQ}| = \sqrt{(-5)^2 + (k-6)^2} = 13$$

$$\Rightarrow 25 + (k-6)^2 = 169 \Rightarrow (k-6)^2 = 144$$

$$\Rightarrow k-6 = \pm 12 \Rightarrow k = 18 \text{ 或 } -6$$

10. 設向量 $\vec{a} = (2, -3)$ ，試求：

(1) x 分量 = _____。 (2) y 分量 = _____。 (3) $|\vec{a}| =$ _____。

答案： (1) 2 ; (2) -3 ; (3) $\sqrt{13}$

解析： (1) x 分量 = 2

(2) y 分量 = -3

$$(3) |\vec{a}| = \sqrt{2^2 + (-3)^2} = \sqrt{13}$$

11. 設 $P(5,4)$ 、 $Q(1,7)$ ，則 $\overrightarrow{PQ} = \underline{\hspace{2cm}}$ 、 $\overrightarrow{QP} = \underline{\hspace{2cm}}$ 、 $|\overrightarrow{PQ}| = \underline{\hspace{2cm}}$ 。

答案： $(-4,3)$ ； $(4,-3)$ ； 5

解析： $\overrightarrow{PQ} = (1-5, 7-4) = (-4,3)$

$$\overrightarrow{QP} = (5-1, 4-7) = (4,-3)$$

$$|\overrightarrow{PQ}| = \sqrt{(-4)^2 + 3^2} = \sqrt{25} = 5$$

12. 設向量 $\vec{v} = (\cos 60^\circ, \sin 60^\circ)$ ，則 $|\vec{v}| = \underline{\hspace{2cm}}$ 。

答案： 1

解析： $|\vec{v}| = \sqrt{\cos^2 60^\circ + \sin^2 60^\circ} = \sqrt{1} = 1$

13. 設向量 $\vec{a} = (\sin 70^\circ, \cos 70^\circ)$ ，則 $|\vec{a}| = \underline{\hspace{2cm}}$ 。

答案： 1

解析： $|\vec{a}| = \sqrt{\sin^2 70^\circ + \cos^2 70^\circ} = \sqrt{1} = 1$

14. 設向量 \vec{a} 的 x 分量為 -9 、 y 分量為 12 ，則 $\vec{a} = \underline{\hspace{2cm}}$ 、 $|\vec{a}| = \underline{\hspace{2cm}}$ 。

答案： $(-9,12)$ ； 15

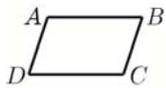
解析： \vec{a} 的 x 分量為 -9 、 y 分量為 $12 \Rightarrow \vec{a} = (-9,12)$

$$|\vec{a}| = \sqrt{(-9)^2 + 12^2} = \sqrt{225} = 15$$

15. 有一平行四邊形 $ABCD$ ，其中 $A(-3,5)$ 、 $\overrightarrow{BC} = (1,-1)$ ，則 D 點坐標為 $\underline{\hspace{2cm}}$ 。

答案： $(-2,4)$

解析： 設 $D(x,y)$



$$\overrightarrow{AD} = \overrightarrow{BC} \Rightarrow (x+3, y-5) = (1, -1)$$

$$\therefore \begin{cases} x+3=1 \\ y-5=-1 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x=-2 \\ y=4 \end{cases} \Rightarrow D(-2,4)$$

16. 若 $A(\sqrt{3},4)$ 、 $B(-1,2)$ ，則 \overrightarrow{AB} 之 x 分量為 $\underline{\hspace{2cm}}$ ， y 之分量為 $\underline{\hspace{2cm}}$ 。

答案： $-1-\sqrt{3}$ ； -2

解析： $\overrightarrow{AB} = (-1-\sqrt{3}, 2-4) = (-1-\sqrt{3}, -2)$

17. 設 $A(-1,2)$ 且 $\overrightarrow{AB} = (5,-9)$ ，則 B 點坐標為 $\underline{\hspace{2cm}}$ 。

答案： $(4,-7)$

解析： 設 $B(x,y)$ ，則 $\overrightarrow{AB} = (x-(-1), y-2) = (x+1, y-2) = (5,-9)$

$$\therefore \begin{cases} x+1=5 \\ y-2=-9 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x=4 \\ y=-7 \end{cases} \Rightarrow B(4,-7)$$

18. 設 $A(2, -9)$ 、 $B(7, 3)$ ，則 $\overrightarrow{AB} = \underline{\hspace{2cm}}$ ， $\overrightarrow{BA} = \underline{\hspace{2cm}}$ ， $|\overrightarrow{AB}| = \underline{\hspace{2cm}}$ 。

答案：(5, 12)；(-5, -12)；13

解析： $\overrightarrow{AB} = (7 - 2, 3 - (-9)) = (5, 12)$

$$\overrightarrow{BA} = (2 - 7, -9 - 3) = (-5, -12)$$

$$|\overrightarrow{AB}| = \sqrt{5^2 + 12^2} = \sqrt{169} = 13$$

19. 設 $\vec{a} = (6, -8)$ ，則 \vec{a} 的 x 分量為 $\underline{\hspace{2cm}}$ ， y 分量為 $\underline{\hspace{2cm}}$ ， $|\vec{a}| = \underline{\hspace{2cm}}$ 。

答案：6；-8；10

解析： \vec{a} 的 x 分量為 6， y 分量為 -8

$$|\vec{a}| = \sqrt{6^2 + (-8)^2} = \sqrt{100} = 10$$

20. 設 $\vec{u} = (3a - 4b, 5)$ ， $\vec{v} = (4, 2a - b)$ ，若 $\vec{u} = \vec{v}$ ，則 $a - b = \underline{\hspace{2cm}}$ 。

答案： $\frac{9}{5}$

解析： $\vec{u} = \vec{v} \Rightarrow (3a - 4b, 5) = (4, 2a - b)$

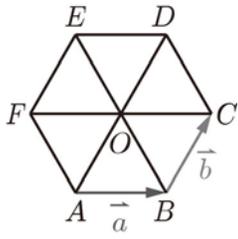
$$\begin{cases} 3a - 4b = 4 \cdots \cdots \textcircled{1} \\ 2a - b = 5 \cdots \cdots \textcircled{2} \end{cases}$$

$$\textcircled{2} \times 4 - \textcircled{1} \text{ 得 } 5a = 16 \Rightarrow a = \frac{16}{5} \text{ 代回 } \textcircled{2} \text{，得 } b = \frac{7}{5}$$

$$\therefore a - b = \frac{16}{5} - \frac{7}{5} = \frac{9}{5}$$

3-2

1. 右圖為正六邊形 $ABCDEF$ ，設 $\overrightarrow{AB} = \vec{a}$ 、 $\overrightarrow{BC} = \vec{b}$ ，則 $\overrightarrow{OB} =$ _____， $\overrightarrow{EC} =$ _____。(用 \vec{a} 、 \vec{b} 來表示)



答案： $\vec{a} - \vec{b}$ ； $2\vec{a} - \vec{b}$

解析：(1) $\overrightarrow{OB} = \overrightarrow{OA} + \overrightarrow{AB} = \overrightarrow{CB} + \overrightarrow{AB} = -\vec{b} + \vec{a} = \vec{a} - \vec{b}$

(2) $\overrightarrow{EC} = \overrightarrow{ED} + \overrightarrow{DC} = \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{OB} = \vec{a} + (\vec{a} - \vec{b}) = 2\vec{a} - \vec{b}$

2. 已知 $\vec{a} = (-4, 2)$ 、 $\vec{b} = (1, -3)$ ，則 $\vec{a} - \vec{b} =$ _____， $\frac{1}{2}\vec{a} + 3\vec{b} =$ _____。

答案： $(-5, 5)$ ； $(1, -8)$

解析： $\vec{a} - \vec{b} = (-4, 2) - (1, -3) = (-5, 5)$

$\frac{1}{2}\vec{a} + 3\vec{b} = \frac{1}{2}(-4, 2) + 3(1, -3) = (-2, 1) + (3, -9) = (1, -8)$

3. 已知 $\overrightarrow{CA} = (2, -3)$ 、 $\overrightarrow{CB} = (5, 1)$ ，則 $\overrightarrow{AB} =$ _____， $|\overrightarrow{AB}| =$ _____。

答案： $(3, 4)$ ； 5

解析： $\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{CB} - \overrightarrow{CA} = (5, 1) - (2, -3) = (3, 4)$

$|\overrightarrow{AB}| = \sqrt{3^2 + 4^2} = \sqrt{25} = 5$

4. 設 $A(2, -1)$ 、 $B(-3, 2)$ 、 $C(-1, -2)$ 、 $D(2, -4)$ ，則 $|\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{CD}| =$ _____

答案： $\sqrt{5}$

解析： $\overrightarrow{AB} = (-3 - 2, 2 - (-1)) = (-5, 3)$

$\overrightarrow{CD} = (2 - (-1), -4 - (-2)) = (3, -2)$

$\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{CD} = (-5, 3) + (3, -2) = (-5 + 3, 3 + (-2)) = (-2, 1)$

$\therefore |\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{CD}| = \sqrt{(-2)^2 + 1^2} = \sqrt{5}$

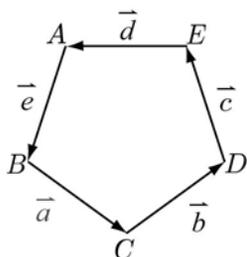
5. 設 $\vec{v} = (12, -5)$ ，則 \vec{v} 方向上的單位向量為 _____。

答案： $(\frac{12}{13}, -\frac{5}{13})$

解析： $|\vec{v}| = \sqrt{(12)^2 + (-5)^2} = 13$

單位向量 $= \frac{\vec{v}}{|\vec{v}|} = (\frac{12}{13}, -\frac{5}{13})$

6. 如圖為一正五邊形，則 $\vec{a} + \vec{b} + \vec{c} + \vec{d} + \vec{e} =$ _____。



答案： $\vec{0}$

解析： $\vec{a} + \vec{b} + \vec{c} + \vec{d} + \vec{e} = \vec{0}$

7. 設二向量 $\vec{a} = (3x - 2y, 2x + 3y)$, $\vec{b} = (-1, 21)$, 若 $\vec{a} = \vec{b}$, 則 $x + y =$ _____。

答案：8

解析： $\because \vec{a} = \vec{b}$

$$\therefore \begin{cases} 3x - 2y = -1 \\ 2x + 3y = 21 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x = 3 \\ y = 5 \end{cases}$$

$$\text{則 } x + y = 3 + 5 = 8$$

8. 設 $A(-1, 8)$ 、 $B(5, 0)$, 若 \vec{a} 與 \overline{AB} 反向, 且 $|\vec{a}| = 30$, 則 $\vec{a} =$ _____。

答案： $(-18, 24)$

解析： $\overline{AB} = (5 - (-1), 0 - 8) = (6, -8) \Rightarrow |\overline{AB}| = \sqrt{6^2 + (-8)^2} = \sqrt{100} = 10$

$$\text{與 } \overline{AB} \text{ 反向的單位向量為 } -\frac{\overline{AB}}{|\overline{AB}|} = -\frac{(6, -8)}{10} = \left(-\frac{3}{5}, \frac{4}{5}\right)$$

$$\therefore \vec{a} = 30 \times \left(-\frac{3}{5}, \frac{4}{5}\right) = (-18, 24)$$

9. 設平面上三向量 \vec{a} 、 \vec{b} 、 \vec{c} 且 $\vec{a} = (-4, 1)$ 、 $\vec{c} = (2, -4)$, 若 $\vec{a} + \vec{b} = \vec{c}$, 則 $\vec{b} =$ _____。

答案： $(6, -5)$

解析： $\vec{a} + \vec{b} = \vec{c} \Rightarrow \vec{b} = \vec{c} - \vec{a} = (2, -4) - (-4, 1) = (2 - (-4), -4 - 1) = (6, -5)$

10. 已知 $\overline{AB} = (5, -5)$ 、 $\overline{AC} = (-1, 3)$, 則 $\overline{BC} =$ _____、 $|\overline{BC}| =$ _____。

答案： $(-6, 8)$; 10

解析： $\overline{AB} + \overline{BC} = \overline{AC} \Rightarrow \overline{BC} = \overline{AC} - \overline{AB} = (-1, 3) - (5, -5) = (-6, 8)$

$$|\overline{BC}| = \sqrt{(-6)^2 + 8^2} = \sqrt{100} = 10$$

11. 若 $\vec{a} = (2, -4)$ 、 $\vec{b} = (-1, 1)$ 、 $\vec{c} = 3\vec{a} - 2\vec{b}$, 則 $\vec{c} =$ _____。

答案： $(8, -14)$

解析： $\vec{c} = 3\vec{a} - 2\vec{b} = 3(2, -4) - 2(-1, 1) = (6, -12) + (2, -2) = (8, -14)$

12. 已知 $\vec{a} = (4, 2)$ 、 $\vec{b} = (-1, 5)$, 則 $2\vec{b} - \vec{a}$ 的長度為 _____。

答案：10

解析： $2\vec{b} - \vec{a} = 2(-1, 5) - (4, 2) = (-2, 10) - (4, 2) = (-2 - 4, 10 - 2) = (-6, 8)$

$$\therefore |2\vec{b} - \vec{a}| = \sqrt{(-6)^2 + 8^2} = 10$$

13. 已知兩向量 $\vec{a} = (-2, 1)$ 、 $\vec{b} = (3, 5)$, 則 $\vec{a} + 2\vec{b} =$ _____、 $3\vec{a} - 4\vec{b} =$ _____。

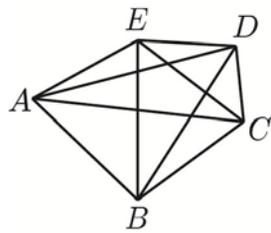
答案： $(4, 11)$; $(-18, -17)$

解析： $\vec{a} + 2\vec{b} = (-2, 1) + 2(3, 5) = (-2, 1) + (6, 10) = (4, 11)$

$$3\vec{a} - 4\vec{b} = 3(-2, 1) - 4(3, 5) = (-6, 3) - (12, 20) = (-18, -17)$$

14. 如圖為五邊形 $ABCDE$, 試求：

- (1) $\overline{AE} + \overline{EC} = \underline{\hspace{2cm}}$ 。 (2) $\overline{BE} - \overline{DE} = \underline{\hspace{2cm}}$ 。
- (3) $\overline{CA} - \overline{CD} = \underline{\hspace{2cm}}$ 。 (4) $\overline{AB} + \overline{BC} + \overline{CD} + \overline{DE} + \overline{EA} = \underline{\hspace{2cm}}$ 。



答案：(1) \overline{AC} ； (2) \overline{BD} ； (3) \overline{DA} ； (4) $\vec{0}$

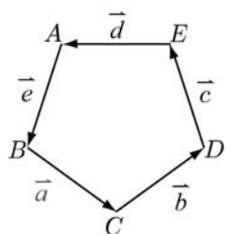
解析：(1) $\overline{AE} + \overline{EC} = \overline{AC}$

$$(2) \overline{BE} - \overline{DE} = \overline{BE} + \overline{ED} = \overline{BD}$$

$$(3) \overline{CA} - \overline{CD} = \overline{CA} + \overline{DC} = \overline{DC} + \overline{CA} = \overline{DA}$$

$$(4) \overline{AB} + \overline{BC} + \overline{CD} + \overline{DE} + \overline{EA} = \overline{AA} = \vec{0}$$

15. 如圖為一正五邊形，則 $\overline{EB} = \underline{\hspace{2cm}}$ 。

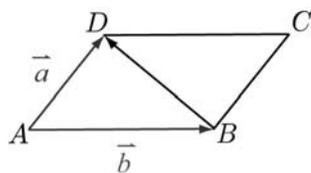


答案： $-(\vec{a} + \vec{b} + \vec{c})$ 或 $\vec{d} + \vec{e}$

解析：(1) $\because \overline{BE} = \vec{a} + \vec{b} + \vec{c}$ ， $\therefore \overline{EB} = -(\vec{a} + \vec{b} + \vec{c})$

$$(2) \overline{EB} = \vec{d} + \vec{e}$$

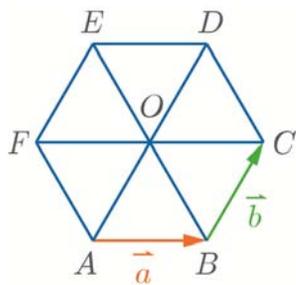
16. 如下圖，若 $\overline{AD} = \vec{a}$ ， $\overline{AB} = \vec{b}$ ，試以 \vec{a} ， \vec{b} 表示，則 $\overline{BD} = \underline{\hspace{2cm}}$ 。



答案： $\vec{a} - \vec{b}$

解析： $\overline{BD} = \overline{BA} + \overline{AD} = -\overline{AB} + \overline{AD} = -\vec{b} + \vec{a}$

17. 如圖為正六邊形 ABCDEF，設 $\overline{AB} = \vec{a}$ ， $\overline{BC} = \vec{b}$ ，試以 \vec{a} 、 \vec{b} 表示得 $\overline{EF} = \underline{\hspace{2cm}}$ 、 $\overline{EO} = \underline{\hspace{2cm}}$ 、 $\overline{BD} = \underline{\hspace{2cm}}$ 。



答案： $-\vec{b}$ ； $\vec{a} - \vec{b}$ ； $-\vec{a} + 2\vec{b}$

解析： $\overline{EF} = \overline{CB} = -\overline{BC} = -\vec{b}$

$$\overline{EO} = \overline{ED} + \overline{EF} = \vec{a} + (-\vec{b}) = \vec{a} - \vec{b}$$

$$\overline{BD} = \overline{BO} + \overline{BC} = (-\vec{a} + \vec{b}) + \vec{b} = -\vec{a} + 2\vec{b}$$

18. $\vec{a} = (6, -8)$ ，則 \vec{a} 方向上的單位向量為 $\underline{\hspace{2cm}}$ 。

答案： $(\frac{3}{5}, -\frac{4}{5})$

解析： $\vec{a} = \sqrt{6^2 + (-8)^2} = 10$

\vec{a} 的單位向量為 $\frac{\vec{a}}{|\vec{a}|} = (\frac{6}{10}, \frac{-8}{10}) = (\frac{3}{5}, -\frac{4}{5})$

19. 設 $\vec{a} = (2, 3)$ 、 $\vec{b} = (-1, 5)$ ，試求：

(1) $\vec{a} + 2\vec{b} =$ _____。 (2) $3\vec{b} - 2\vec{a} =$ _____。 (3) $|\vec{a} - \vec{b}| =$ _____。

答案：(1) $(0, 13)$ ；(2) $(-7, 9)$ ；(3) $\sqrt{13}$

解析：(1) $\vec{a} + 2\vec{b} = (2, 3) + 2(-1, 5) = (2, 3) + (-2, 10)$

$$= (2 + (-2), 3 + 10) = (0, 13)$$

(2) $3\vec{b} - 2\vec{a} = 3(-1, 5) - 2(2, 3) = (-3, 15) - (4, 6)$

$$= (-3 - 4, 15 - 6) = (-7, 9)$$

(3) $\vec{a} - \vec{b} = (2, 3) - (-1, 5) = (2 - (-1), 3 - 5) = (3, -2)$

$$|\vec{a} - \vec{b}| = \sqrt{3^2 + (-2)^2} = \sqrt{13}$$

20. 若 $A(-2, 5)$ 、 $B(3, -1)$ 、 $C(2, -3)$ 、 $D(x, y)$ 為一平面上平行四邊形 $ABCD$ 的四個點，則 D 之坐標為_____。

答案： $D(-3, 3)$

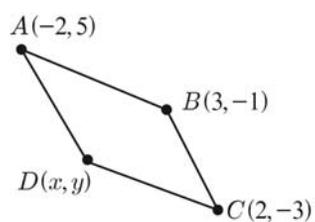
解析： $\vec{AB} = (3 - (-2), -1 - 5) = (5, -6)$ ， $\vec{DC} = (2 - x, -3 - y)$

$\because ABCD$ 為一平行四邊形， $\therefore \vec{AB} = \vec{DC}$

則 $2 - x = 5 \Rightarrow x = -3$

$-3 - y = -6 \Rightarrow y = 3$

故 $D(-3, 3)$



3-3

1. 已知 $|\vec{a}|=3, |\vec{b}|=4$ ，且 $\vec{a} \cdot \vec{b} = -6$ ，則 \vec{a} 與 \vec{b} 之夾角為_____。

答案：120°

解析： $\cos \theta = \frac{\vec{a} \cdot \vec{b}}{|\vec{a}||\vec{b}|} = \frac{-6}{3 \times 4} = -\frac{1}{2} \Rightarrow \cos \theta = 120^\circ$

2. 設 $\vec{AB} = (k, 3)$ 、 $\vec{CD} = (-2, 6)$ ，則：

(1)若 $\vec{AB} // \vec{CD}$ ，則 $k =$ _____。(2)若 $\vec{AB} \perp \vec{CD}$ ，則 $k =$ _____。

答案：(1)-1；(2)9

解析：(1)∵ $\vec{AB} // \vec{CD}$ ，∴ $\frac{k}{-2} = \frac{3}{6} \Rightarrow 6k = -6 \Rightarrow k = -1$

(2)∵ $\vec{AB} \perp \vec{CD}$ ，∴ $\vec{AB} \cdot \vec{CD} = 0$

$$\Rightarrow k \times (-2) + 3 \times 6 = 0 \Rightarrow -2k + 18 = 0 \Rightarrow k = 9$$

3. 已知平面上四點 $A(4, -1)$ 、 $B(k, 2)$ 、 $C(0, -3)$ 、 $D(2, -4)$ ，若 $\vec{AB} // \vec{CD}$ ，則 $k =$ _____。

答案：-2

解析： $\vec{AB} = (k - 4, 2 - (-1)) = (k - 4, 3)$ 、 $\vec{CD} = (2 - 0, -4 - (-3)) = (2, -1)$

$$\because \vec{AB} // \vec{CD} \Rightarrow \frac{k-4}{2} = \frac{3}{-1} \Rightarrow k-4 = -6 \Rightarrow k = -2$$

4. 設 \vec{a}, \vec{b} 為兩向量，且 $|\vec{a} + \vec{b}| = 8, |\vec{a} - \vec{b}| = 5$ ，則 \vec{a} 與 \vec{b} 之內積為_____。

答案： $\frac{39}{4}$

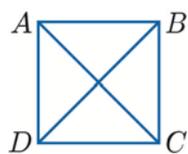
解析： $|\vec{a} + \vec{b}| = 8 \Rightarrow |\vec{a} + \vec{b}|^2 = |\vec{a}|^2 + 2\vec{a} \cdot \vec{b} + |\vec{b}|^2 = 64$

$$|\vec{a} - \vec{b}| = 5 \Rightarrow |\vec{a} - \vec{b}|^2 = |\vec{a}|^2 - 2\vec{a} \cdot \vec{b} + |\vec{b}|^2 = 25$$

$$\text{兩式相減得 } 4\vec{a} \cdot \vec{b} = 64 - 25 = 39 \Rightarrow \vec{a} \cdot \vec{b} = \frac{39}{4}$$

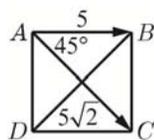
5. 如圖，正方形 $ABCD$ 的邊長為 5，則：

(1) $\vec{AB} \cdot \vec{AC} =$ _____。(2) $\vec{AC} \cdot \vec{BD} =$ _____。

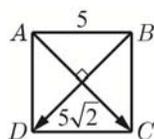


答案：(1)25；(2)0

解析：(1) $\vec{AB} \cdot \vec{AC} = |\vec{AB}||\vec{AC}|\cos 45^\circ = 5 \times 5\sqrt{2} \times \frac{1}{\sqrt{2}} = 25$



(2) $\vec{AC} \cdot \vec{BD} = |\vec{AC}||\vec{BD}|\cos 90^\circ = 5\sqrt{2} \times 5\sqrt{2} \times 0 = 0$



6. 設 $\vec{a} = (3, 4), \vec{b} = (-1, 2)$ ，則 $\vec{a} \cdot \vec{b} =$ _____。

答案：5

解析： $\vec{a} \cdot \vec{b} = 3 \times (-1) + 4 \times 2 = -3 + 8 = 5$

7. 設 $\vec{a} = (4, 1), \vec{b} = (2k, 5)$ ，若 $\vec{a} // \vec{b}$ ，則 $k =$ _____。

答案：10

解析： $\because \vec{a} // \vec{b}$ ， $\therefore \frac{4}{2k} = \frac{1}{5} \Rightarrow 2k = 20 \Rightarrow k = 10$

8. $\vec{AB} = (3, -4), \vec{CD} = (4, a)$ ，若 $\vec{AB} // \vec{CD}$ ，則 $a =$ _____。

答案： $-\frac{16}{3}$

解析： $\because \vec{AB} // \vec{CD}$ ， $\therefore \frac{3}{4} = \frac{-4}{a} \Rightarrow 3a = -16 \Rightarrow a = -\frac{16}{3}$

9. 若 $\vec{a} = (2, -1), \vec{b} = (4, 3)$ ，則 $\vec{a} \cdot \vec{b} =$ _____。

答案：5

解析： $\vec{a} \cdot \vec{b} = 2 \times 4 + (-1) \times 3 = 8 - 3 = 5$

10. 若 $|\vec{u}| = 5, |\vec{v}| = 6$ ，且 \vec{u} 與 \vec{v} 的夾角為 $\frac{2\pi}{3}$ ，則 $\vec{u} \cdot \vec{v} =$ _____。

答案：-15

解析： $\vec{u} \cdot \vec{v} = |\vec{u}| |\vec{v}| \cos \frac{2\pi}{3} = |\vec{u}| |\vec{v}| \cos 120^\circ = 5 \times 6 \times (-\frac{1}{2}) = -15$

11. 若 $\vec{a} = (5, 1), \vec{b} = (3, -2), \vec{c} = (-1, 4)$ ，則 $\vec{a} \cdot \vec{b} + \vec{a} \cdot \vec{c} =$ _____。

答案：12

解析： $\vec{b} + \vec{c} = (3, -2) + (-1, 4) = (3-1, -2+4) = (2, 2)$

$$\vec{a} \cdot \vec{b} + \vec{a} \cdot \vec{c} = \vec{a} \cdot (\vec{b} + \vec{c}) = (5, 1) \cdot (2, 2) = 5 \times 2 + 1 \times 2 = 12$$

12. 已知 $|\vec{a}| = 6, |\vec{b}| = 11$ ，且 \vec{a} 與 \vec{b} 的夾角為 60° ，則 $\vec{a} \cdot \vec{b} =$ _____。

答案：33

解析： $\vec{a} \cdot \vec{b} = |\vec{a}| |\vec{b}| \cos 60^\circ = 6 \times 11 \times \frac{1}{2} = 33$

13. 若 $|\vec{a}| = 2, |\vec{b}| = 1$ ，且 \vec{a} 與 \vec{b} 的夾角為 150° ，則內積 $\vec{a} \cdot \vec{b}$ 為 _____。

答案： $-\sqrt{3}$

解析： $\vec{a} \cdot \vec{b} = |\vec{a}| |\vec{b}| \cos 150^\circ = 2 \cdot 1 \cdot (-\frac{\sqrt{3}}{2}) = -\sqrt{3}$

14. 設 $|\vec{a}| = 3, |\vec{b}| = 5$ ，且 \vec{a} 與 \vec{b} 之內積為 6，則 $|3\vec{a} - 2\vec{b}| =$ _____。

答案： $\sqrt{109}$

解析： $|3\vec{a} - 2\vec{b}|^2 = 9|\vec{a}|^2 - 12\vec{a} \cdot \vec{b} + 4|\vec{b}|^2 = 9 \times 3^2 - 12 \times 6 + 4 \times 5^2 = 81 - 72 + 100 = 109$

$$\therefore |3\vec{a} - 2\vec{b}| = \pm \sqrt{109} \quad (\text{負不合})$$

15. 設 $A(-1, 3), B(2, 5), C(2, -4), D(x, y)$ ，若 $\vec{AB} \perp \vec{CD}$ ，則 $3x + 2y =$ _____。

答案：-2

解析： $\vec{AB} = (2 - (-1), 5 - 3) = (3, 2)$

$$\overline{CD} = (x-2, y-(-4)) = (x-2, y+4)$$

$\therefore \overline{AB} \perp \overline{CD}$ ， \therefore 其內積為 0

$$\text{則 } 3(x-2) + 2(y+4) = 0 \Rightarrow 3x - 6 + 2y + 8 = 0 \Rightarrow 3x + 2y + 2 = 0$$

$$\text{故 } 3x + 2y = -2$$

16. 若 $\triangle ABC$ 為正三角形，且邊長為 10，則 $\overline{AB} \cdot \overline{AC} =$ _____。

答案：50

解析： $\therefore \triangle ABC$ 為正三角形

$$\therefore \overline{AB} \cdot \overline{AC} = |\overline{AB}| |\overline{AC}| \cos 60^\circ = 10 \times 10 \times \frac{1}{2} = 50$$

17. 若 $|\vec{a}| = 4$ 、 $|\vec{b}| = 6$ ， \vec{a} 和 \vec{b} 的夾角為 45° ，則 $\vec{a} \cdot \vec{b} =$ _____。

答案： $12\sqrt{2}$

$$\text{解析：} \vec{a} \cdot \vec{b} = |\vec{a}| |\vec{b}| \cos 45^\circ = 4 \times 6 \times \frac{\sqrt{2}}{2} = 12\sqrt{2}$$

18. 若 $|\vec{a}| = 2$ 、 $|\vec{b}| = 3$ ，且 \vec{a} 與 \vec{b} 之夾角為 60° ，則 $|3\vec{a} + 2\vec{b}| =$ _____。

答案： $6\sqrt{3}$

$$\begin{aligned} \text{解析：} & |3\vec{a} + 2\vec{b}|^2 \\ &= 9|\vec{a}|^2 + 12\vec{a} \cdot \vec{b} + 4|\vec{b}|^2 \\ &= 9 \times 2^2 + 12 \times 2 \times 3 \times \cos 60^\circ + 4 \times 3^2 = 36 + 36 + 36 = 108 \\ &\therefore |3\vec{a} + 2\vec{b}| = \pm 6\sqrt{3} \quad (\text{負不合}) \end{aligned}$$

19. 設 $\vec{a} = (5, 3)$ 、 $\vec{b} = (-1, 2)$ 、 $\vec{c} = (3, -2)$ ，則 $\vec{a} \cdot \vec{b} + \vec{b} \cdot \vec{c} =$ _____。

答案：-6

$$\begin{aligned} \text{解析：} & \vec{a} \cdot \vec{b} = -5 + 6 = 1 \\ & \vec{b} \cdot \vec{c} = -3 - 4 = -7 \\ & \text{則 } \vec{a} \cdot \vec{b} + \vec{b} \cdot \vec{c} = 1 + (-7) = -6 \end{aligned}$$

20. 設 $\vec{a} = (2, 5)$ 、 $\vec{b} = (6, -1)$ ，則 $\vec{a} \cdot \vec{b} =$ _____。

答案：7

$$\text{解析：} \vec{a} \cdot \vec{b} = 2 \times 6 + 5 \times (-1) = 12 - 5 = 7$$