

## 高二工科 112 學年度第一學期數學補考題庫

### 2-1

1. 試求下列各式：

$$(1) \sqrt[3]{343} \times 32^{\frac{3}{5}} = \underline{\hspace{2cm}}。$$

$$(2) \left(\frac{64}{125}\right)^{-\frac{2}{3}} = \underline{\hspace{2cm}}。$$

答案：(1)56；(2) $\frac{25}{16}$

解析：(1)  $\sqrt[3]{343} \times 32^{\frac{3}{5}} = (7^3)^{\frac{1}{3}} \times (2^5)^{\frac{3}{5}} = 7 \times 2^3 = 56$

$$(2) \left(\frac{64}{125}\right)^{-\frac{2}{3}} = \left[\left(\frac{4}{5}\right)^3\right]^{-\frac{2}{3}} = \left(\frac{4}{5}\right)^{-2} = \frac{25}{16}$$

2. 試求下列各式：

$$(1) (\sqrt{3}-2)^{10} \times (\sqrt{3}+2)^{10} = \underline{\hspace{2cm}}。$$

$$(2) 2^{\sqrt{3}} \times 5^{\sqrt{3}} \times 10^{2-\sqrt{3}} = \underline{\hspace{2cm}}。$$

答案：(1)1；(2)100

解析：(1)  $(\sqrt{3}-2)^{10} \times (\sqrt{3}+2)^{10} = [(\sqrt{3}-2) \times (\sqrt{3}+2)]^{10} = (3-2^2)^{10} = (-1)^{10} = 1$

$$(2) 2^{\sqrt{3}} \times 5^{\sqrt{3}} \times 10^{2-\sqrt{3}} = (2 \times 5)^{\sqrt{3}} \times 10^{2-\sqrt{3}} = 10^{\sqrt{3}} \times 10^{2-\sqrt{3}} = 10^{\sqrt{3}+2-\sqrt{3}} = 10^2 = 100$$

3. 若  $a > 0$  且  $a^{2x} = 2$ ，則  $\frac{a^x + a^{-x}}{a^x - a^{-x}} = \underline{\hspace{2cm}}。$

答案：3

解析： $\frac{a^x + a^{-x}}{a^x - a^{-x}} \times \frac{a^x}{a^x} = \frac{a^{2x} + 1}{a^{2x} - 1} = \frac{2+1}{2-1} = 3$

4. 化簡下列各式的值：

$$(1) (3^{\sqrt{2}})^{\sqrt{8}} = \underline{\hspace{2cm}}。$$

$$(2) 5^{\sqrt{12}} \div 25^{\sqrt{3}} = \underline{\hspace{2cm}}。$$

答案：(1)81；(2)1

解析：(1)  $(3^{\sqrt{2}})^{\sqrt{8}} = 3^{\sqrt{16}} = 81$

$$(2) 5^{\sqrt{12}} \div 25^{\sqrt{3}} = 5^{2\sqrt{3}} \div 5^{2\sqrt{3}} = 1$$

5. 若  $\frac{\sqrt[3]{125} \times (25)^{\frac{5}{4}}}{5^3} = 5^x$ ，則  $x = \underline{\hspace{2cm}}。$

答案： $\frac{1}{2}$

解析： $\frac{\sqrt[3]{125} \times (25)^{\frac{5}{4}}}{5^3} = (5^3)^{\frac{1}{3}} \times (5^2)^{\frac{5}{4}} \times 5^{-3} = 5^{1+\frac{5}{2}-3} = 5^{\frac{1}{2}}$ ， $\therefore x = \frac{1}{2}$

6. 化簡下列各式：

$$(1) 5^3 \times 5^6 = \underline{\hspace{2cm}}。$$

$$(2) (7^4)^2 = \underline{\hspace{2cm}}。$$

$$(3) 3^5 \times 8^5 = \underline{\hspace{2cm}}。$$

$$(4) \sqrt[3]{a^2} \times \sqrt[6]{a^5} = \underline{\hspace{2cm}}。$$

$$(5) \frac{\sqrt{ab}}{a^{-\frac{1}{2}}b^4} = \underline{\hspace{2cm}}。$$

**答案：**(1)  $5^9$  ; (2)  $7^8$  ; (3)  $24^5$  ; (4)  $a^{\frac{3}{2}}$  ; (5)  $ab^{-\frac{7}{2}}$

**解析：**(1)  $5^3 \times 5^6 = 5^{3+6} = 5^9$

$$(2) (7^4)^2 = 7^{4 \times 2} = 7^8$$

$$(3) 3^5 \times 8^5 = (3 \times 8)^5 = 24^5$$

$$(4) \text{原式} = a^{\frac{2}{3}} \times a^{\frac{5}{6}} = a^{\frac{2}{3} + \frac{5}{6}} = a^{\frac{9}{6}} = a^{\frac{3}{2}}$$

$$(5) \text{原式} = \frac{a^{\frac{1}{2}} \times b^{\frac{1}{2}}}{a^{-\frac{1}{2}} \times b^4} = a^{\frac{1}{2} - (-\frac{1}{2})} \times b^{\frac{1}{2} - 4} = ab^{-\frac{7}{2}}$$

7. 利用指數律求下列各式：

$$(1) 5^6 \times 5^3 = \underline{\hspace{2cm}}。$$

$$(2) (5^6)^3 = \underline{\hspace{2cm}}。$$

$$(3) 5^6 \times 2^6 = \underline{\hspace{2cm}}。$$

**答案：**(1)  $5^9$  ; (2)  $5^{18}$  ; (3)  $10^6$

**解析：**(1)  $5^6 \times 5^3 = 5^{6+3} = 5^9$

$$(2) (5^6)^3 = 5^{6 \times 3} = 5^{18}$$

$$(3) 5^6 \times 2^6 = (5 \times 2)^6 = 10^6$$

8. 試求下列各式之值：

$$(1) (5^4 \times 7^6)^0 \times 2^{-2} = \underline{\hspace{2cm}}。$$

$$(2) \sqrt[3]{27} = \underline{\hspace{2cm}}。$$

$$(3) \frac{(2^3)^4}{2^{10}} = \underline{\hspace{2cm}}。$$

$$(4) (0.5^{\sqrt{3}})^{\sqrt{3}} = \underline{\hspace{2cm}}。$$

$$(5) 4^{\sqrt{20}} \div 16^{\sqrt{5}} = \underline{\hspace{2cm}}。$$

**答案：**(1)  $\frac{1}{4}$  ; (2) 3 ; (3) 4 ; (4)  $\frac{1}{8}$  ; (5) 1

**解析：**(1)  $(5^4 \times 7^6)^0 \times 2^{-2} = 1 \times \frac{1}{4} = \frac{1}{4}$

$$(2) \sqrt[3]{27} = (3^3)^{\frac{1}{3}} = 3$$

$$(3) \frac{(2^3)^4}{2^{10}} = 2^{3 \times 4} \times 2^{-10} = 2^{3 \times 4 - 10} = 2^2 = 4$$

$$(4) (0.5^{\sqrt{3}})^{\sqrt{3}} = \left(\frac{1}{2}\right)^3 = \frac{1}{8}$$

$$(5) 4^{\sqrt{20}} \div 16^{\sqrt{5}} = 4^{2\sqrt{5}} \div (4^2)^{\sqrt{5}} = 1$$

9. 試求下列各式：

$$(1) 3^7 \times 3^2 \times 3^{-6} = \underline{\hspace{2cm}}。$$

$$(2) (-7 \times 5^3 \times 3)^0 \times 2^{-3} = \underline{\hspace{2cm}}。$$

**答案：**(1) 27 ; (2)  $\frac{1}{8}$

解析：(1)  $3^7 \times 3^2 \times 3^{-6} = 3^{7+2-6} = 3^3 = 27$

$$(2) (-7 \times 5^3 \times 3)^0 \times 2^{-3} = 1 \times 2^{-3} = \frac{1}{8}$$

10. 試求下列各式：

$$(1) \sqrt[4]{625} = \underline{\hspace{2cm}} \circ \quad (2) 64^{\frac{2}{3}} = \underline{\hspace{2cm}} \circ$$

$$(3) \left(\frac{25}{16}\right)^{-1.5} = \underline{\hspace{2cm}} \circ$$

答案：(1) 5；(2) 16；(3)  $\frac{64}{125}$

解析：(1)  $\sqrt[4]{625} = 625^{\frac{1}{4}} = (5^4)^{\frac{1}{4}} = 5$

$$(2) 64^{\frac{2}{3}} = (4^3)^{\frac{2}{3}} = 4^2 = 16$$

$$(3) \left(\frac{25}{16}\right)^{-1.5} = \left[\left(\frac{5}{4}\right)^2\right]^{-\frac{3}{2}} = \left(\frac{5}{4}\right)^{-3} = \left(\frac{4}{5}\right)^3 = \frac{64}{125}$$

## 2-2

1. 已知  $\left(\frac{1}{2}\right)^{3-x} = 4^{3x+5}$ ，則  $x = \underline{\hspace{2cm}}$ 。

答案： $-\frac{13}{5}$

解析：原式  $\Rightarrow (2^{-1})^{3-x} = (2^2)^{3x+5} \Rightarrow 2^{-3+x} = 2^{6x+10}$

$$\Rightarrow -3+x = 6x+10 \Rightarrow x = -\frac{13}{5}$$

2.  $a = (\sqrt{5})^{12}$ 、 $b = (\sqrt{5})^{-13}$ 、 $c = (\sqrt{5})^{10}$  的大小關係為  $\underline{\hspace{2cm}}$ 。

答案： $a > c > b$

解析：底數  $\sqrt{5} > 1$  且  $12 > 10 > -13$

所以大小關係為  $a > c > b$

3. 試求下列各式的  $x$  值：

$$(1) 2^{3x-1} = 256，則  $x = \underline{\hspace{2cm}}$ 。$$

$$(2) \left(\frac{4}{5}\right)^{3x+2} = \left(\frac{5}{4}\right)^{x+6}，則  $x = \underline{\hspace{2cm}}$ 。$$

答案：(1) 3；(2) -2

解析：(1) 因為  $2^{3x-1} = 2^8$ ，所以  $3x-1=8 \Rightarrow x=3$

$$(2) 因為  $\left(\frac{4}{5}\right)^{3x+2} = \left(\frac{4}{5}\right)^{-(x+6)}$ ，所以  $3x+2 = -x-6 \Rightarrow 4x = -8 \Rightarrow x = -2$$$

4. 設方程式為  $4^x - 7 \times 2^{x-1} - 2 = 0$ ，則  $x = \underline{\hspace{2cm}}$ 。

答案：2

解析：原式  $\Rightarrow 2^{2x} - \frac{7}{2} \times 2^x - 2 = 0 \Rightarrow 2 \times (2^x)^2 - 7 \times 2^x - 4 = 0$

$$\text{令 } t = 2^x > 0$$

$$\text{則 } 2t^2 - 7t - 4 = 0 \Rightarrow (2t+1)(t-4) = 0 \Rightarrow t = 4 \text{ 或 } -\frac{1}{2}$$

但  $t = 2^x > 0$ ，取  $t = 4$

故  $2^x = 4 \Rightarrow x = 2$

5. 已知  $a = \sqrt{3}^{\sqrt{5}}$ 、 $b = (\sqrt{3})^{\frac{1}{2}}$ 、 $c = 3^{\frac{3}{2}}$ ，則  $a$ 、 $b$ 、 $c$  的大小關係為\_\_\_\_\_。

答案： $b < a < c$

解析：已知  $c = (3^{\frac{1}{2}})^3 = (\sqrt{3})^3$

$\because -\frac{1}{2} < \sqrt{5} < 3$  且底數  $\sqrt{3} > 1$

$\therefore (\sqrt{3})^{\frac{1}{2}} < (\sqrt{3})^{\sqrt{5}} < (\sqrt{3})^3$

故  $b < a < c$

6. 已知  $a = \sqrt{0.5}$ 、 $b = (0.25)^{0.2}$ 、 $c = (\frac{1}{2})^{0.6}$ ，則  $a$ 、 $b$ 、 $c$  的大小關係為\_\_\_\_\_。

答案： $c < a < b$

解析： $a = 0.5^{0.5}$ 、 $b = (0.5^2)^{0.2} = 0.5^{0.4}$ 、 $c = 0.5^{0.6}$

$\because 0.5 < 1$ ， $\therefore 0.5^{0.6} < 0.5^{0.5} < 0.5^{0.4}$

故  $c < a < b$

7. 若  $2^{5x+3} = \frac{1}{4}$ ，則  $x =$ \_\_\_\_\_。

答案：-1

解析： $2^{5x+3} = 2^{-2} \Rightarrow 5x+3 = -2 \Rightarrow x = -1$

8. 若  $6 \times 9 = 2^a \times 3^b$ ，則  $a+b =$ \_\_\_\_\_。

答案：4

解析： $6 \times 9 = (2 \times 3) \times 3^2 = 2^1 \times 3^3$

$\therefore a = 1$ 、 $b = 3$

故  $a+b = 4$

9. 已知  $a = 0.09$ 、 $b = \sqrt[4]{0.3}$ 、 $c = \frac{1}{0.3}$ ，則  $a$ 、 $b$ 、 $c$  的大小關係為\_\_\_\_\_。

答案： $c > b > a$

解析： $a = (0.3)^2$ 、 $b = (0.3)^{\frac{1}{4}}$ 、 $c = (0.3)^{-1}$

因為  $-1 < \frac{1}{4} < 2$  且底數  $0.3 < 1$

所以  $(0.3)^{-1} > (0.3)^{\frac{1}{4}} > (0.3)^2$

故  $c > b > a$

10.  $\sqrt{3}$ 、 $\sqrt[3]{5}$  的大小關係為\_\_\_\_\_。

答案： $\sqrt{3} > \sqrt[3]{5}$

解析： $\sqrt{3} = 3^{\frac{1}{2}} = (3^3)^{\frac{1}{6}} = 27^{\frac{1}{6}}$ 、 $\sqrt[3]{5} = 5^{\frac{1}{3}} = (5^2)^{\frac{1}{6}} = 25^{\frac{1}{6}}$

$\because 27 > 25$ ， $\therefore 27^{\frac{1}{6}} > 25^{\frac{1}{6}} \Rightarrow \sqrt{3} > \sqrt[3]{5}$

## 2-3

1. 試求下列各式的值：

(1)  $\log_8 16 + \log_8 32 = \underline{\hspace{2cm}}$ 。

(2)  $\log_3 18 - \log_3 2 = \underline{\hspace{2cm}}$ 。

(3)  $\log_2 12 + \log_2 40 - \log_2 15 = \underline{\hspace{2cm}}$ 。

**答案：**(1)3；(2)2；(3)5

**解析：**(1)原式  $= \log_8 (16 \times 32) = \log_{2^3} 2^9 = \frac{9}{3} \log_2 2 = 3$

(2)原式  $= \log_3 \left(\frac{18}{2}\right) = \log_3 9 = 2$

(3)原式  $= \log_2 \left(\frac{12 \times 40}{15}\right) = \log_2 (4 \times 8) = 5$

2. 試求下列各式的值：

(1)  $\log_{10} 10 + \log_{10} 1 = \underline{\hspace{2cm}}$ 。

(2)  $\log_{\sqrt{2}} 2 + \log_9 \sqrt{3} - \log_{0.5} 0.125 = \underline{\hspace{2cm}}$ 。

**答案：**(1)1；(2)  $-\frac{3}{4}$

**解析：**(1)  $\log_{10} 10 + \log_{10} 1 = 1 + 0 = 1$

(2)原式  $= \log_{2^{\frac{1}{2}}} 2 + \log_{3^2} 3^{\frac{1}{2}} - \log_{0.5} (0.5)^3$   
 $= 2 + \frac{1}{4} - 3 = -\frac{3}{4}$

3. 試求下列各式的值：

(1)  $\log_{0.25} 1 + \log_{100} 100 = \underline{\hspace{2cm}}$ 。

(2)  $\log_{25} 125 = \underline{\hspace{2cm}}$ 。

**答案：**(1)1；(2)  $\frac{3}{2}$

**解析：**(1)原式  $= 0 + 1 = 1$

(2)原式  $= \log_{5^2} 5^3 = \frac{3}{2} \log_5 5 = \frac{3}{2}$

4. 試求下列各式之值：

(1)  $\log_3 1 + \log_7 7 = \underline{\hspace{2cm}}$ 。

(2)  $\log_6 2 - \log_6 12 = \underline{\hspace{2cm}}$ 。

(3)  $\log_4 8 + \log_4 32 = \underline{\hspace{2cm}}$ 。

(4)  $\frac{\log_3 128}{\log_3 8} = \underline{\hspace{2cm}}$ 。

(5)  $\log_3 4 \times \log_4 9 = \underline{\hspace{2cm}}$ 。

**答案：**(1)1；(2)-1；(3)4；(4)  $\frac{7}{3}$ ；(5)2

**解析：**(1)  $\log_3 1 + \log_7 7 = 0 + 1 = 1$

(2)  $\log_6 2 - \log_6 12 = \log_6 \frac{2}{12} = \log_6 \frac{1}{6} = \log_6 6^{-1} = -1$

(3)  $\log_4 8 + \log_4 32 = \log_4 (8 \times 32) = \log_4 4^4 = 4$

(4)  $\frac{\log_3 128}{\log_3 8} = \log_8 128 = \log_{2^3} 2^7 = \frac{7}{3}$

$$(5) \log_3 4 \times \log_4 9 = \log_3 9 = \log_3 3^2 = 2$$

5. 試求下列各式的值：

$$(1) \log_4 6 \times \log_6 4 = \underline{\hspace{2cm}}。$$

$$(2) \log_9 8 \times \log_8 7 \times \log_7 3 = \underline{\hspace{2cm}}。$$

$$\text{答案：(1)1；(2)} \frac{1}{2}$$

$$\text{解析：(1)} \log_4 6 \times \log_6 4 = \frac{\log_{10} 6}{\log_{10} 4} \times \frac{\log_{10} 4}{\log_{10} 6} = 1$$

$$(2) \log_9 8 \times \log_8 7 \times \log_7 3 = \log_9 3 = \log_{3^2} 3 = \frac{1}{2}$$

6. 試求下列各式的值：

$$(1) \log_{12} 4 + \log_{12} 36 = \underline{\hspace{2cm}}。$$

$$(2) \log_{10} 25 + \log_{10} 12 - \log_{10} 3 = \underline{\hspace{2cm}}。$$

$$(3) 2\log_5 10 - 4\log_5 2 + \log_5 20 = \underline{\hspace{2cm}}。$$

$$\text{答案：(1)2；(2)2；(3)3}$$

$$\text{解析：(1)原式} = \log_{12} (4 \times 36) = \log_{12} 144 = 2$$

$$(2) \text{原式} = \log_{10} \left( \frac{25 \times 12}{3} \right) = \log_{10} 100 = 2$$

$$(3) \text{原式} = \log_5 100 - \log_5 16 + \log_5 20$$

$$= \log_5 \left( \frac{100 \times 20}{16} \right)$$

$$= \log_5 125 = 3$$

7. 試求下列各式的值：

$$(1) \frac{\log_2 243}{\log_2 9} = \underline{\hspace{2cm}}。$$

$$(2) 4^{\frac{\log_7 1}{\log_7 3}} = \underline{\hspace{2cm}}。$$

$$(3) 3^{\log_9 16} = \underline{\hspace{2cm}}。$$

$$\text{答案：(1)} \frac{5}{2} \text{；(2)1；(3)4}$$

$$\text{解析：(1)} \frac{\log_2 243}{\log_2 9} = \log_9 243 = \log_{3^2} 3^5 = \frac{5}{2}$$

$$(2) 4^{\frac{\log_7 1}{\log_7 3}} = 4^{\log_3 1} = 4^0 = 1$$

$$(3) 3^{\log_9 16} = 3^{\log_3 4} = 4$$

8. 設  $\log_{10} 3 = x$ 、 $\log_{10} 5 = y$ ，試以  $x$ 、 $y$  表示下列各式：

$$(1) \log_{10} 45 = \underline{\hspace{2cm}}。$$

$$(2) \log_{10} \frac{25}{27} = \underline{\hspace{2cm}}。$$

$$(3) \log_{30} 15 = \underline{\hspace{2cm}}。$$

$$\text{答案：(1)} 2x + y \text{；(2)} 2y - 3x \text{；(3)} \frac{x + y}{x + 1}$$

$$\text{解析：(1)} \log_{10} 45 = \log_{10} 9 + \log_{10} 5 = 2x + y$$

$$(2) \log_{10} \frac{25}{27} = \log_{10} 25 - \log_{10} 27 = 2y - 3x$$

$$(3) \log_{30} 15 = \frac{\log_{10} 15}{\log_{10} 30} = \frac{\log_{10} 3 + \log_{10} 5}{\log_{10} 3 + \log_{10} 10} = \frac{x + y}{x + 1}$$

9. 若  $\log_{x+2}(3-x)$  有意義，則  $x$  的範圍為  $\underline{\hspace{2cm}}$ 。

**答案：**  $-2 < x < 3$  且  $x \neq -1$

**解析：** 若  $\log_{x+2}(3-x)$  有意義，則：

① 真數  $3-x > 0$ ，即  $x < 3$

② 底數  $x+2 > 0$  且  $x+2 \neq 1$ ，即  $x > -2$  且  $x \neq -1$

由①、②得  $-2 < x < 3$  且  $x \neq -1$

10. 已知  $\log_{10} 2 = 0.3010$ 、 $\log_{10} 3 = 0.4771$ ，試求下列各式之值：

(1)  $\log_{10} 6 =$  \_\_\_\_\_。

(2)  $\log_{10} 5 =$  \_\_\_\_\_。

(3)  $\log_{10} \frac{3}{2} =$  \_\_\_\_\_。

**答案：** (1) 0.7781；(2) 0.6990；(3) 0.1761

**解析：** (1)  $\log_{10} 6 = \log_{10} 2 + \log_{10} 3 = 0.7781$

(2)  $\log_{10} 5 = 1 - \log_{10} 2 = 0.6990$

(3)  $\log_{10} \frac{3}{2} = \log_{10} 3 - \log_{10} 2 = 0.1761$

## 2-4

1. 試求下列各方程式：

(1)  $\log_x \frac{1}{32} = 5$ ，則  $x =$  \_\_\_\_\_。

(2)  $\log_3(2x-1) = 2$ ，則  $x =$  \_\_\_\_\_。

**答案：** (1)  $\frac{1}{2}$ ；(2) 5

**解析：** (1)  $\log_x \frac{1}{32} = 5 \Rightarrow \frac{1}{32} = x^5 \Rightarrow \left(\frac{1}{2}\right)^5 = x^5$

$\therefore x = \frac{1}{2}$  (滿足底數  $x > 0$ 、 $x \neq 1$ )

(2)  $\log_3(2x-1) = 2 \Rightarrow 2x-1 = 3^2 \Rightarrow 2x = 10$

$\therefore x = 5$  (滿足真數  $2x-1 > 0$ )

2. 若方程式  $\log_4(\log_{0.2} x) = 0.5$ ，則  $x =$  \_\_\_\_\_。

**答案：** 0.04

**解析：** 原式  $\Rightarrow \log_{0.2} x = 4^{0.5} \Rightarrow \log_{0.2} x = 2 \Rightarrow x = 0.2^2 = 0.04$

3. 若方程式  $\log_{10}(x+1) + \log_{10}(x-2) = 1$ ，則  $x =$  \_\_\_\_\_。

**答案：** 4

**解析：**  $\log_{10}(x+1)(x-2) = \log_{10} 10$

$\Rightarrow x^2 - x - 2 = 10 \Rightarrow x^2 - x - 12 = 0$

$\Rightarrow (x+3)(x-4) = 0 \Rightarrow x = 4$  或  $-3$

但真數  $\begin{cases} x+1 > 0 \\ x-2 > 0 \end{cases} \Rightarrow x > 2$

故  $x = 4$

4. 試求下列各方程式的解：

(1)  $\log_2 x = -1$ ，則  $x =$  \_\_\_\_\_。

(2)  $\log_{(2x+1)} 9 = 2$ ，則  $x =$  \_\_\_\_\_。

答案：(1)  $\frac{1}{2}$  ; (2) 1

解析：(1) 原式  $\Rightarrow x = 2^{-1} = \frac{1}{2}$

(2) 原式  $\Rightarrow 9 = (2x+1)^2$

$$\Rightarrow 4x^2 + 4x - 8 = 0$$

$$\Rightarrow x = 1 \text{ 或 } -2$$

$$\text{但底數} \begin{cases} 2x+1 > 0 \\ 2x+1 \neq 1 \end{cases} \Rightarrow x > -\frac{1}{2} \text{ 且 } x \neq 0$$

故  $x = 1$

5. 已知  $a = \log_2 3$ 、 $b = \log_{\sqrt{2}} \sqrt{5}$ 、 $c = \log_4 36$ ，則  $a$ 、 $b$ 、 $c$  的大小關係為\_\_\_\_\_。

答案： $a < b < c$

解析：已知  $b = \log_{\sqrt{2}} \sqrt{5} = \log_2 5$ 、 $c = \log_4 36 = \log_2 6$

$$\because 3 < 5 < 6 \text{ 且底數 } 2 > 1$$

$$\therefore \log_2 3 < \log_2 5 < \log_2 6$$

故  $a < b < c$

6. 若  $\log_2(x^2 - 2x) = 3$ ，則  $x =$ \_\_\_\_\_。

答案：-2 或 4

解析：原式  $\Rightarrow x^2 - 2x = 2^3 \Rightarrow x^2 - 2x - 8 = 0 \Rightarrow (x+2)(x-4) = 0$   
 $\Rightarrow x = -2$  或  $4$  (滿足真數  $x^2 - 2x > 0$ )

7. 下列哪些對數的值比 1 大？

(A)  $\log_2 3$  (B)  $\log_3 2$  (C)  $\log_{0.2} 0.5$  (D)  $\log_{0.5} 0.2$

答：\_\_\_\_\_。

答案：(A)(D)

解析：(A)  $\log_2 3 > \log_2 2 = 1$

(B)  $\log_3 2 < \log_3 3 = 1$

(C)  $\log_{0.2} 0.5 < \log_{0.2} 0.2 = 1$

(D)  $\log_{0.5} 0.2 > \log_{0.5} 0.5 = 1$

8. 已知  $a = \log_{0.1} 0.5$ 、 $b = \log_{0.1} 3$ 、 $c = \log_{0.01} 4$ ，則  $a$ 、 $b$ 、 $c$  的大小關係為\_\_\_\_\_。

答案： $a > c > b$

解析：已知  $c = \log_{0.01} 4 = \log_{0.1} 2$

$$\because 0.5 < 2 < 3 \text{ 且底數 } 0.1 < 1$$

$$\therefore \log_{0.1} 0.5 > \log_{0.1} 2 > \log_{0.1} 3$$

故  $a > c > b$

9. 若方程式  $\log_4(x-8) + \log_4(x-2) = 2$ ，則  $x =$ \_\_\_\_\_。

答案：10

解析：原式  $\Rightarrow \log_4(x-8)(x-2) = 2$

$$\Rightarrow (x-8)(x-2) = 4^2$$

$$\Rightarrow x^2 - 10x = 0 \Rightarrow x = 10 \text{ 或 } 0$$

$$\text{但真數} \begin{cases} x-8 > 0 \\ x-2 > 0 \end{cases} \Rightarrow x > 8$$

故  $x = 10$

10.  $a = \log_{0.4} \frac{1}{2}$ 、 $b = \log_{0.4} 3$ 、 $c = \log_{0.4} 4$  的大小關係為\_\_\_\_\_。

答案： $a > b > c$

解析：底數  $0 < 0.4 < 1$  且  $4 > 3 > \frac{1}{2}$

所以大小關係為  $a > b > c$

## 2-5

1. 已知  $\log 2 = 0.3010$ ，則  $2^{200}$  為\_\_\_\_\_位數。

答案：61

解析： $\log 2^{200} = 200 \log 2 = 200 \times 0.3010 = 60.2$

首數為 60，所以  $2^{200}$  為 61 位數

2. 試求下列各對數的首數與尾數：

(1)  $\log x = 2.259$  的首數為\_\_\_\_\_、尾數為\_\_\_\_\_。

(2)  $\log x = -6.326$  的首數為\_\_\_\_\_、尾數為\_\_\_\_\_。

答案：(1) 2 ; 0.259 ; (2) -7 ; 0.674

解析：(1)  $\log x = 2 + 0.259$ ，首數為 2、尾數為 0.259

(2)  $\log x = -7 + 0.674$ ，首數為 -7、尾數為 0.674

3. 若  $\log 0.00568 = -2.2457$ ，試求下列各對數之值：

(1)  $\log 568 =$ \_\_\_\_\_。

(2)  $\log 0.0568 =$ \_\_\_\_\_。

答案：(1) 2.7543 ; (2) -1.2457

解析：(1)  $\log 568 = \log(0.00568 \times 10^5)$

$$= \log 0.00568 + \log 10^5$$

$$= -2.2457 + 5$$

$$= 2.7543$$

(2)  $\log 0.0568 = \log(0.00568 \times 10^1)$

$$= \log 0.00568 + \log 10$$

$$= -2.2457 + 1$$

$$= -1.2457$$

4. 試求下列各對數的首數：

(1)  $\log 130200$ ，首數為\_\_\_\_\_。

(2)  $\log 1.00034$ ，首數為\_\_\_\_\_。

(3)  $\log 0.0005004$ ，首數為\_\_\_\_\_。

答案：(1) 5 ; (2) 0 ; (3) -4

解析：(1) 因為 130200 是 6 位數，所以  $\log 130200$  的首數為 5

(2) 因為 1.00034 整數部分是 1 位數，所以  $\log 1.00034$  的首數為 0

(3) 因為 0.0005004 在小數點後第 4 位開始出現不為零的數

所以  $\log 0.0005004$  的首數為 -4

5. 已知  $\log\left(\frac{1}{3}\right)^{50} = -23.855$ ，則  $\left(\frac{1}{3}\right)^{50}$  乘開後在小數點後第\_\_\_\_\_位開始出現非 0 數字。

答案：24

解析： $\log\left(\frac{1}{3}\right)^{50} = -23.855 = -24 + 0.145$

首數為  $-24$ ，所以  $(\frac{1}{3})^{50}$  乘開後在小數點後第 24 位開始出現非 0 數字

6. 試求下列各對數的首數與尾數：

(1)  $\log x = 12.001$ ，首數為\_\_\_\_\_，尾數為\_\_\_\_\_。

(2)  $\log x = -5.032$ ，首數為\_\_\_\_\_，尾數為\_\_\_\_\_。

答案：(1)12；0.001；(2)-6；0.968

解析：(1)  $\log x = 12 + 0.001$ ，首數為 12，尾數為 0.001

(2)  $\log x = -6 + 0.968$ ，首數為 -6，尾數為 0.968

7. 試求下列各對數的首數：

(1)  $\log 123500$ ，首數為\_\_\_\_\_。

(2)  $\log 203.203$ ，首數為\_\_\_\_\_。

(3)  $\log 0.007308$ ，首數為\_\_\_\_\_。

答案：(1)5；(2)2；(3)-3

解析：(1) ∵ 真數 123500 是 6 位數

∴  $\log 123500$  的首數為 5

(2) ∵ 真數 203.203 的整數部分為 3 位數

∴  $\log 203.203$  的首數為 2

(3) ∵ 真數 0.007308 在小數點後第 3 位始不為零

∴  $\log 0.007308$  的首數為 -3

8. 試求下列各對數的首數與尾數：

(1)  $\log x = 0.4771$ ，首數為\_\_\_\_\_，尾數為\_\_\_\_\_。

(2)  $\log x = -1.0123$ ，首數為\_\_\_\_\_，尾數為\_\_\_\_\_。

答案：(1)0；0.4771；(2)-2；0.9877

解析：(1)  $\log x = 0 + 0.4771$ ，首數為 0，尾數為 0.4771

(2)  $\log x = -2 + 0.9877$ ，首數為 -2，尾數為 0.9877

9. 試求下列各對數的首數：

(1)  $\log 126000$  的首數為\_\_\_\_\_。

(2)  $\log 0.00305$  的首數為\_\_\_\_\_。

答案：(1)5；(2)-3

解析：(1) 因為真數 126000 是 6 位數

所以  $\log 126000$  的首數為 5

(2) 因為真數 0.00305 在小數點後第 3 位開始出現非 0 數字

所以  $\log 0.00305$  的首數為 -3

10. 若  $\log 7.38 = 0.8681$ ，試求下列各對數之值：

(1)  $\log 7380 =$ \_\_\_\_\_。

(2)  $\log 0.0000738 =$ \_\_\_\_\_。

答案：(1)3.8681；(2)-4.1319

解析：(1) 原式  $= \log(7.38 \times 10^3) = 3 + \log 7.38 = 3.8681$

(2) 原式  $= \log(7.38 \times 10^{-5}) = -5 + \log 7.38 = -4.1319$